

TD4

Exercice 1

X \ Y	-1	0	1	
1	0,15	0,1	0,15	0,4
2	0,05	0,4	0,15	0,6
	0,2	0,5	0,3	1

X-Y	2	1	0
2			
3			
	0,15	0,25	0,55
	0,15	0,55	0,05
			1

$$E(X) = 1 \times 0,4 + 2 \times 0,6 = 1,6$$

$$E(Y) = -0,2 + 0,3 = 0,1$$

$$E(X^2) = 0,4 + 4 \times 0,6 = 2,8 \quad V(X) = 2,8 - 1,6^2 = 0,24$$

$$E(Y^2) = 0,2 + 0,3 = 0,5 \quad V(Y) = 0,5 - 0,1^2 = 0,49$$

$$E(XY) = -1 \times 0,15 + 0,15 - 2 \times 0,05 + 2 \times 0,15 = 0,2$$

$$\text{cov}(X, Y) = 0,2 - 1,6 \times 0,1 = 0,04$$

$$V(X-Y) = V(X) + V(Y) - 2 \text{cov}(X, Y) = 0,24 + 0,49 - 2 \times 0,04 = 0,65$$

$$V(X-Y) = E((X-Y)^2) - E(X-Y)^2 = \quad) \text{ DV BIEN}$$

$$= 2,9 - 1,5^2 = 0,65$$

Exo 2 :

	0,12 0,18	0,08 0,12	0,2 0,3	0,40 0,60
--	--------------	--------------	------------	--------------

X // Y
P_{ij}

$$P_{ij} = P_i \cdot P_j \quad \forall i, j$$

EX 3

	Y	2	3	4	
X					
1		0,1	0,1	0,05	0,25
2		0,2	0,1	0,05	0,35
3		0,1	0,2	0,12	0,4
		0,4	0,4	0,2	

$$E(X) = 1 \times 0,25 + 2 \times 0,35 + 3 \times 0,4 = 2,15$$

$$E(Y) = 2 \times 0,4 + 3 \times 0,4 + 4 \times 0,2 = 2,8$$

$$V(X) = 1 \times 0,25 + 4 \times 0,35 + 9 \times 0,4 - 2,15^2 = 0,6275$$

$$V(Y) = 4 \times 0,4 + 9 \times 0,4 + 16 \times 0,2 - 2,8^2 = 0,56$$

loi conditionnelle
de X sachant Y

	Y	2	3	4
X				
1		$0,1/0,4 = 0,25$	0,25	0,25
2		$0,2/0,4 = 0,5$	0,25	0,25
3		$0,1/0,4 = 0,25$	0,5	0,5
		1	1	1

Y/X

$$E(Y|X=1) = 2 \times 0,4 + 3 \times 0,4 + 4 \times 0,2 = 2,8$$

$$E(Y|X=2) = 2 \times \frac{4}{7} + 3 \times \frac{2}{7} + 4 \times \frac{1}{7} = \frac{18}{7} \approx 2,57$$

$$E(Y|X=3) = 2 \times 0,25 + 3 \times 0,5 + 4 \times 0,25 = 3$$

loi conditionnelle de Y sachant X

	Y	2	3	4	Total
X					
1		$0,1/0,25 = 0,4$	0,4	0,2	1
2		$0,2/0,35 = \frac{4}{7} \approx 0,57$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	1
3		$0,1/0,4 = 0,25$	0,5	0,25	1

$$\text{var}(Y|X=1) = 2^2 \times 0,4 + 3^2 \times 0,4 + 4^2 \times 0,2 - 2,8^2 = 0,56$$

$$\text{var}(Y|X=2) = 2^2 \times \frac{4}{7} + 3^2 \times \frac{2}{7} + 4^2 \times \frac{1}{7} - \left(\frac{18}{7}\right)^2 = \frac{50}{7} - \left(\frac{18}{7}\right)^2 = 0,53$$

$$\text{var}(Y|X=3) = 2^2 \times \frac{0,45}{\frac{3}{2}} + 3^2 \times 0,5 + 4^2 \times 0,25 - 3^2 = 0,5$$

3) Non car au choix $P_{21} \neq P_2 \cdot P_1$
 $0,2 \neq 0,4 \times 0,35$

ou $E(Y|X=) \neq E(Y)$

4) valeurs de $X+Y$

$X \backslash Y$	$Y_1 = 2$	$Y_2 = 3$	$Y_3 = 4$
$X=1$	3	4	5
$X=2$	4	5	6
$X=3$	5	6	7

s	$X+Y$	P_s
	3	0,1
	4	$0,1 + 0,2 = 0,3$
	5	$0,1 + 0,1 + 0,05 = 0,25$
	6	$0,2 + 0,05 = 0,25$
	7	0,1
		1

$$1 \leq i \leq 3$$

$$1 \leq j \leq 3$$

$$3 \leq s \leq 7$$

5) calculer $\text{var}(X+Y)$ et non pas $\text{var}(X+2Y)$

X+Y			
	5	7	9
	6	8	10
	7	9	11

X+Y	
5	0,1
6	0,2
7	0,2
8	0,1
9	0,25
10	0,05
11	0,1
	1,00

$$\text{Var}(X+Y) = 63,95 - (2,15 + 2,8)^2 = 3,1875$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X+Y) &= \frac{25}{9} \times 0,1 + 16 \times 0,3 + 25 \times 0,25 + 36 \times 0,25 + 49 \times 0,1 \\ &\quad - (E(X) + E(Y))^2 \\ &= 25,85 - (2,15 + 2,8)^2 = 1,3475 \end{aligned}$$

sauf erreur de calcul